

Rezension

## **Andreas Eichler und Markus Vogel: Leitidee Daten und Zufall**

Verlag Vieweg+Teubner, Wiesbaden, 2009, 262 Seiten

JÖRG MEYER, HAMELN

---

Dies Buch hat das Zeug, die Lehramtsausbildung in Stochastik nachhaltig verbessern zu können. Aber auch die im Beruf stehende Lehrkraft wird nach der Lektüre den Stochastikunterricht in der Sekundarstufe I überdenken wollen.

Es geht um die KMK-Leitidee „Daten und Zufall“, wie schon der Titel sagt. Das Besondere an diesem Buch ist, dass die Autoren die beiden Themenbereiche

in genau dieser Reihenfolge behandeln und die Lehre vom Zufall aus der Beschäftigung mit Daten erwachsen lassen. Bei ihnen beginnt die Stochastik mit den Daten und nicht mit Wahrscheinlichkeitsrechnung oder gar Kombinatorik; dieser Beginn wird funktional gestaltet und führt direkt in den Kernbereich stochastischen Denkens. Erst dadurch wird die Verbindung von Datenanalyse und Wahrscheinlichkeitsrechnung lebendig. Insofern greift das Werk die aktuelle sto-

---

chastische Diskussion (meines Wissens erstmalig im deutschsprachigen Raum) in Buchform auf.

Die Themenbereiche der Kapitel geben einen ersten Eindruck:

1. Planung statistischer Erhebungen
2. Univariate Häufigkeitsverteilungen
3. Bivariate Häufigkeitsverteilungen
4. Datenanalyse als Modellierung
5. Wahrscheinlichkeitsbegriffe
6. Unabhängigkeit und Bayes
7. Binomialverteilung
8. Wahrscheinlichkeitsrechnung und Modellierung

Jedes Kapitel beginnt mit einem konkreten (sogar direkt umsetzbaren) Unterrichtsvorschlag. Die sich anschließende didaktische Diskussion orientiert sich an den einschlägigen prozessbezogenen Kompetenzen sowie an den Kriterien statistischen Denkens (nach Wild/Pfannkuch; nähere Erläuterungen und Literaturangabe im Buch). Jedes Kapitel endet mit einem Literaturbericht über die Untersuchung von Schüler-schwierigkeiten.

Zu 1.: Erfreulicherweise wird die Planung statistischer Erhebungen nicht für trivial gehalten, sondern in ihrer Potenz erkannt: „... hat man die Fähigkeit, sich vorzustellen, was sich durch das Spielen mit Erhebungsszenarien an den Ergebnissen verändern könnte, dann hat man seinen Blick für die Problematik bei vielen publizierten Statistiken [...] geschärft und [...] Kritikfähigkeit aufgebaut“ (S. 3). Dieses Ziel der „rekonstruktiven Datenanalyse“ wird im Verlauf des Buches nicht aus den Augen verloren. Aber auch die „bewusste Wahrnehmung der eigenen [...] Erkenntnisveränderung“ (S. 8) durch ein sachgemäßes Erheben von Daten ist ein sinnvolles Unterrichtsziel.

Ausführlich wird erläutert, dass Daten Kontext brauchen und dass die Erhebung mit Erkenntnis leitendem Interesse verbunden sein muss.

Zu 2.: Im Sinne einer zu entwickelnden Kritikfähigkeit geht es bei der Darstellung empirischer Häufigkeitsverteilungen vor allem darum, dass die gleichen Daten bei unterschiedlichen Darstellungen (auch: unterschiedlich breiten Klassierungen) ganz unterschiedlich aussehen können. Hier wird auch der Bezug zur Modellbildung hergestellt: Daten-graphiken sind nicht richtig oder falsch, sondern in unterschiedlichem Maße nützlich (nützlich auch für die Absichten des Graphikerstellers). Ebenso werden Hypothesenbildungen angebahnt, ermittelt durch

Computer-Simulation: Wie viele Tüten mit unterschiedlich farbigen Schokolinsen muss man öffnen, um mindestens 25 Linsen zu haben? (S. 31)

Ab S. 44 wird die schöne Gegenüberstellung von arithmetischem Mittel und Median dargestellt; es ist nur schade, dass sie nicht weiter ausgebaut und bei anderen Beispielen konsequenter verwendet wurde. Dass Daten mit gleichem Mittelwert, gleichem Median (und sogar gleicher empirischer Standardabweichung) ganz unterschiedlich aussehen können, hat Pingel (1994) schön dargestellt; dies hätte in das vorliegende Buch zur Abrundung der Vorstellungen gut aufgenommen werden können.

Zur Streuung wird ein behutsamer Weg vorgestellt, der gleichwohl die spätere Hauptanwendung im Blick behält, indem zu Beginn Aussagen wie „Mehr als 70 % der Mannschaften hatten zwischen 27 und 36 Punkte“ (S. 52) angebahnt werden. Ob das gewählte Beispiel zur Fußball-Bundesliga im Unterricht tatsächlich geeignet ist, darüber kann man wohl verschiedener Ansicht sein (der Spannungsbogen ist sehr lang); die Autoren geben aber Hinweise auf alternative Beispiele. Wichtiger ist, dass das „Elementare der Methode“, also ihre Interpretierbarkeit und Motivierbarkeit (S. 58), im Zentrum der didaktischen Überlegungen stehen.

Das Wechselspiel zwischen Muster und Variabilität passt gut in diesen Zusammenhang und wird hier in Kapitel 2 erstmalig thematisiert, um dann das Grundmotiv des Buches zu werden: Daten = Muster + Rauschen.

Zu 3.: Bei der Beschreibung bivariater Daten (und auch später in Kap. 6) brechen die Autoren eine Lanze für das (m. E. zu Recht wenig geliebte) Einheitsquadrat; man wird sehen, ob das viele Leser zu überzeugen vermag. Ich glaube nicht, dass die recht technisch anmutenden Ausführungen der Seiten 81–85 die Grundlage für Unterricht in den Klassen 8 oder 9 sein können. Hier kommt man mit der Vierfelder-Tafel auf elementarere Weise weiter. Dass hier Baumdiagramme (bzw. Doppelbäume) fehlen, wird auf S. 209 begründet mit der nicht nachzuvollziehenden Ansicht, diese stellten „offensichtlich“ keine Visualisierung von Daten dar. Dies kann man – genauso „offensichtlich“ – auch anders sehen.

Auf S. 96 und auf S. 120 steht, man könne die Regressionsgerade in der Sekundarstufe I nicht durchschauen. Dazu ein Hinweis aus der Schulpraxis: Exemplarische Wege (nicht: der allgemeine Weg) zur Regressionsgerade über die Minimierung der Quadratsumme finden sich in Niedersachsen in vielen

Schulbüchern der Klasse 8, und zwar als Vernetzung zur Optimierung bei quadratischen Funktionen.

Der Vorschlag auf S. 96, man solle statt der Regressionsgerade die durch die Minimierung der Absolutsumme definierte Gerade verwenden, ist heikel: Den Autoren ist bewusst, dass zur minimalen Absolutsumme der Median gehört und dass ihr Vorschlag daher nicht in das begriffliche Gesamtkonzept passt (auch wenn letzteres den Lernenden nicht bekannt ist). Sie würden mit dem Rasiermesser des Nominalisten Wilhelm von Ockham argumentieren: Man nehme die elementarste mögliche Methode, wenn sie denn (irgendwelche?) Ergebnisse liefert. Hintergrund und Problematik dieser Vorgehensweise lassen sich in jeder besseren Philosophiegeschichte nachlesen.

Zum Abschluss dieses Kapitels gibt es schöne Übungsaufgaben.

Zu 4.: Hier wird in sehr überzeugender Weise der übliche Modellierungskreislauf auf die Datenanalyse angewendet. Das ist auch deswegen sehr schön, weil es hier zum Mathematisieren tatsächlich i. a. mehrere Möglichkeiten gibt: Arbeitet man mit dem arithmetischen Mittel oder dem Median? Andererseits wird an dieser Stelle auch deutlich (obwohl es von den Autoren nicht diskutiert wird), dass das Validierungskriterium (die externe Kongruenz zwischen dem Modellrechnungsergebnis und der realen Welt) hier zu kurz greift; man will ja auch eine interne Konsistenz der mathematischen Methoden.

Das oben erwähnte Grundmotiv „Daten = Muster + Rauschen“ wird nun vielfältig variiert und, wie nun schon häufiger betont, von links nach rechts angewendet. Hier ist wohl am meisten Überzeugungsarbeit zu leisten, ist man doch vielleicht häufig geneigt, im Muster die für das Erkennen der Daten notwendige Hintergrundtheorie zu sehen und deshalb mit dem Muster anzufangen.

In diesem Kapitel wird auch dargestellt, wie in der Datenanalyse Rechner (auch zur Begriffsbildung!) eingesetzt werden können und welche Kriterien es zur Auswahl der Software gibt.

Die zweite (kürzere) Hälfte des Buches hat den selten dargestellten Übergang von der Datenanalyse zur Wahrscheinlichkeitsrechnung sowie zu den Verfahren der beurteilenden Statistik zum Thema.

Zu 5.: Hier geht es um Wahrscheinlichkeitsbegriffe (Laplace, frequentistisch, subjektivistisch) und mögliche Zugänge zu diesen. Dabei spielen Riemer-Würfel eine wesentliche (und hier gut erläuterte) Rolle. Die Frage „Was wäre, wenn?“ führt zum didaktischen Ziel des Kapitels, in dem die Konsequenzen von Hy-

pothesen (= Wahrscheinlichkeitsrechnung) und deren Validierungsverfahren (= Beurteilende Statistik) miteinander verwoben sind. Dabei wird verdeutlicht, dass das Festlegen von Wahrscheinlichkeitsmaßen wiederum eine Modellierung darstellt, die in der Gleichung „Objektive Wahrscheinlichkeit = Muster + Rest“ ihren sinnfälligen Ausdruck findet.

Zu 6.: Die Behandlung der Unabhängigkeit lässt sich m. E. mit Vier-Felder-Tafeln leichter klären als mit Einheitsquadraten. In diesem Kapitel treten nun auch Baumdiagramme auf. Auf S. 189 und oben auf S. 208 führen die Autoren Argumente gegen die Verwendung absoluter Häufigkeiten bei Baumdiagrammen an, die zum Widerspruch reizen. Als ich zum ersten Mal in (Schoenfeld 1991) diese Lösungsmethode las, fand ich sie (und finde ich sie immer noch) sehr überzeugend und konnte sie auch erfolgreich im Unterricht einsetzen. Die von Eichler und Vogel angeführten Probleme sind zwar vorhanden, wiegen aber gegenüber dem großen Vorteil einer intuitiv einleuchtenden Lösung relativ wenig und können auch gut aufgefangen werden.

Das Lernen aus Erfahrung wird gut erläutert (es wäre im Format absoluter Zahlen noch besser gelungen); danach wird die Rolle der Unabhängigkeit deutlich herausgestellt. Hier sind Fehlvorstellungen bei den Lernenden in hohem Maße möglich und wahrscheinlich; es empfiehlt sich also, den Begriff erstens abzugrenzen gegen den Begriff der kausalen Unabhängigkeit (allerdings gibt es hier einen Literaturhinweis, der jedoch nur „die Hälfte“ der Phänomene abdeckt) und zweitens durch treffende verblüffende Beispiele – wie etwa in Scozzafava (1997, S. 57 f.) – zu zeigen, wohin der Begriff der stochastischen Unabhängigkeit führt.

Auf den Seiten 206–207 werden die wesentlichen Grundgedanken der Frequentisten und der Bayesianer gut zusammengefasst.

Verwunderlich ist in diesem Kapitel das Fehlen der einschlägigen Paradoxien; sie wurden aber bewusst weggelassen, da die Autoren auf S. 214 skeptisch sind, damit „Schülerinnen und Schüler für die Stochastik gewinnen“ zu können. Darum geht es auch gar nicht. Ziel der Paradoxien ist es stattdessen, zur Ausschärfung der Begriffe beizutragen, deren Tragweite erfahrbar zu machen und die stochastischen Begriffe mit den gleich lautenden Alltagsbegriffen zu kontrastieren. Es handelt sich keineswegs nur um „spannende Probleme für Experten“!

Zu 7.: Im Kapitel über die Binomialverteilung wird man zu Recht wenig Neues erwarten. Erfreulicherweise legen die Autoren auf den damit verbundenen Modellierungsgesichtspunkt sehr großen Wert.

Zu 8.: Hier wird die Wahrscheinlichkeitsanalyse in überzeugender Weise als Modellierungsprozess aufgefasst. Das Schöne an diesen Betrachtungen ist, dass sie nicht im theoretischen Darüber-Reden stecken bleiben, sondern sich in ganz natürlicher Weise aus den vorangegangenen Überlegungen und Handlungen sinnfällig ergeben.

Das wird insbesondere noch einmal ganz deutlich auf den Seiten 243 ff., wo die Autoren einige alte datenanalytisch behandelte Beispiele nunmehr wahrscheinlichkeitstheoretisch revidieren (im wörtlichen Sinne: noch einmal einen neuen Blick darauf werfen).

## Fazit

Ein sehr lesenswertes Buch, dessen Lektüre den Horizont erweitern kann.

## Literatur

PINGEL, L. A. (1994): Streuung – Mißt die Standardabweichung sie immer adäquat? In: *Stochastik in der Schule* **14** (2), S. 13–16.

SCHOENFELD, ALAN H. (1991): What's all the fuss about problem solving? In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* **23** (1), S. 4–8.

SCOZZAFAVA, ROMANO (1997): *Probabilità soggestiva*. Mailand: Masson.

## Anschrift des Verfassers

Jörg Meyer  
Schäfertrift 16  
31789 Hameln  
J.M.Meyer@t-online.de